Nyugat-magyarországi Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar

Széchenyi István Gazdálkodás- és
Szervezéstudományok Doktori Iskola

STATISZTIKAI IDŐSORELEMZÉS A TŐZSDÉN

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Polgárné Hoschek Mónika

Sopron
2011.

Doktori Iskola: Széchenyi István Gazdálkodás- és Szervezéstudományok

Vezetője: Prof. Dr. Székely Csaba DSc

Program: Pénzügyi program

Vezetője: Dr. habil Báger Gusztáv CSc

Témavezető: Dr. Závoti József DSc.

…………………………………
Témavezető támogató aláírása

A munka előzményei, a kitűzött célok, hipotézisek

Az értekezés szerzője már egyetemi tanulmányai során is tanulmányozta a statisztikai idősorelemzést. Pénzügyes szakirányon végezve a diplomamunkája is e két területet összefogó tanulmány volt. Ám akkor a cél az volt, hogy egy olyan modellt találjon, amely megfelelően jellemzi a legfontosabb magyar tőzsdeindex, a BUX alakulását.

Az egyetem elvégzése után a szerző statisztikát kezdett tanítani, nem távolodva el a kutatási területétől.

A szerző célja az volt, hogy az idősort jellemezze, megfelelő modellt építsen fel az egyik magyar tőzsdei index, a RAX értékének alakulására vonatkozóan.

Felállított hipotézisek, melyek aztán a dolgozatban igazolva is lettek:
H1: A statisztikai idősorelemzés használható eszköz a tőzsdei folyamatok jellemzésére.
H2: Az újabb módszerekkel készített modellek jobban leírják a megfigyelt folyamatokat.
H3: Egy újfajta matematikai megoldást felhasználva még inkább megfelelő modell építhető.

Kutatás tartalma, módszere, indoklása

A tőzsde olyan szervezett intézmény, ahol meghatározott szabályok szerint, felügyelten, biztonságosan és átláthatóan bonyolódnak az ügyletek, a folyamatosan érkező információk alapján pedig a befektetők pillanatonként értékelik az értékpapírokat és egyéb tőzsdei termékeket (Rotyis).

A különböző pénz- és tőkepiaci termékek értékelésének két módja van:

1. Fundamentális elemzés: célja a vizsgált cég belső értékének meghatározása. Amennyiben ez az érték a cég termékének piaci ára alatt van, az azt jelenti, hogy az árú felülértékelt. Ilyenkor nagy valószínűséggel a kiválasztott instrumentum ára csökkenni fog, hogy a valódi értékét megközelítse. Amennyiben viszont a cég belső értéke magasabb, mint a termék piaci ára, azaz a termék alulértékel, akkor várható az árak felé mozdulás.

A fundamentális elemzés segítségével alaposan megismerve az érintett piac jellemzőit, megalapozott döntést tudunk hozni, ám ez nem mindig elég. Ahhoz, hogy döntésünk által valóban sikeres tranzakciót köthessünk, a piacnak úgy kell viselkednie, ahogy azt elvártuk tőle.

2. Technikai elemzés: A technikai elemzést készítőket chartistáknak szokták hívni tőzsdés körökben. A név onnan ered, hogy ők ábrákat (chart) készítenek és ezeket elemezve próbálják döntéseiket meghozni. Az ábrák készítésekor két lehetőség van. Készíthető vonaldiagram és japán gyertya diagram.

A két diagram közül mindenki a neki tetszőt választhatja, ám azt érdemes tudni, hogy az elemezni kívánt időszak hossza befolyásolja az ideális választást. Ha valaki rövid időszakot kíván csak vizsgálni, akkor a gyertya diagram sok hasznos információval szolgálhat. Néhány hónapnál hosszabb időtáv esetén már technikai nehézségekbe ütközik az ábrázolás, ilyenkor célszerűbb a vonaldiagramot választani.

A diagramok az egyszerű felrajzolásukkal sok mindent elárulnak, ám a hatékony kereskedéshez ennél többre van szükség. Ezért fejlesztették ki a különböző indikátorokat.

A technikai elemzés eszköztárában sok olyan dolog szerepel, aminek statisztikai alapjai vannak, és amelyeket a szerző is felhasznált a munkája során.

A tőzsdei indexek közül a szerző a RAX-ot választotta, amely a befektetési táraságok irányadó indexe. Azért a RAX-ra esett a döntése, mert ma már a magyar társadalom is elért arra a gazdasági szintre, ahol sok embernek vannak megtakarításai. Amennyiben valaki nem fél a kockázattól, úgy a megtakarításait befektetési alapokba is helyezheti. Az alapok által összegyűjtött vagyontömeg diverzifikált befektetése miatt ez egy tisztán értékpapír portfóliónál kisebb kockázatot jelent, s így többen is választják.

A RAX értékét 1999. február 15. óta határozzák meg naponta egyszer, 16.30-kor. A bázisértéke 1998. január 7-én 1000 pont volt. Eddigi[1] legmagasabb értéke 2146,21 pont volt mintegy három éve 2007. július 23-án.

[1] 2010. július 31.

A kutatás során döbbent rá a szerző, hogy a magyar és a nemzetközi szakirodalom nem egységes az időbeni előrejelzések csoportosítása során, így először ebben kellett egy megfelelő rendszert létrehozni. Az egyes előrejelzési elnevezések egységesítése után a csoportok kialakítás következett. A disszertáció megírásához felhasznált könyvek, jegyzetek, cikkek jelöléseit egységes formára hozta a szerző.

Ahogyan a történelem során minden eljárási módszer finomodott, tökéletesedett, úgy a statisztikai előrejelzéseknél is megtörtént ez a változás. A szerző különböző előrejelzési módszereket felhasználva készített előrejelzést a ’70-es évekig uralkodó determinisztikus szemléletet követve, majd a ’80-as évek kedvelt *ARMA* modelljeivel, míg utoljára a legfiatalabb módszercsalád, az *ARCH* modellek felhasználásával.

Elemzései során a szerző a RAX idősorát 2001. szeptember 7. - 2010. július 29. terjedő időszakban vizsgálta. Ez a közel 9 éves időszak összesen 2216 megfigyelést jelent (1. ábra)

1. ábra: A RAX alakulása 2001. szeptember 7 - 2010. július 29.

A **dekompozíciós modellek** arra a feltevésre építenek, hogy az idősor négy elemből áll, melyeket egymás után le lehet választani, s a folyamat végén már csak a véletlen marad, ami nem tudja jelentősen befolyásolni az idősor értékét.

A dekompozíciós modelleknél az idősorok négy része egymással kétféle kapcsolatban lehet:

- Additív modell: az idősor elemeinek hatása összeadódik

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} + c_{ij} + s_j + \varepsilon_{ij} \tag{1.}$$

- Multiplikatív modell: az idősor elemeinek hatása összeszorzódik

$$y_{ij} = \hat{y}_{ij} \cdot c_{ij} \cdot S_j \cdot \varepsilon_{ij} \tag{2.}$$

ahol y az idősor értéke

$\hat{y}$ a trend

c a ciklus

s a szezonális komponens

ε a véletlen ingadozás

$i = 1,2,\ldots,n$ a periódusok száma

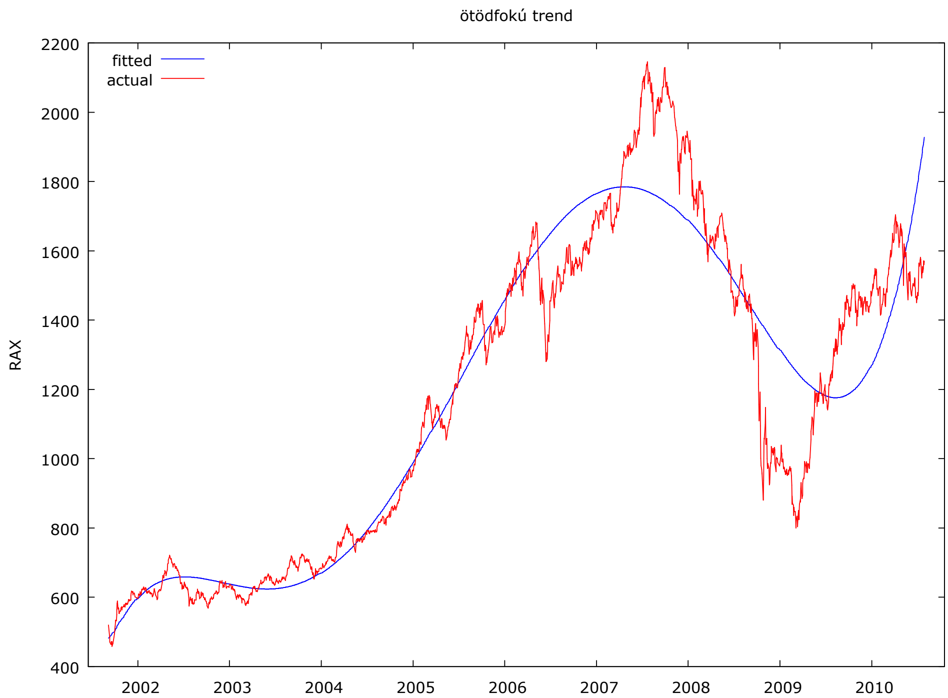
$j = 1,2,\ldots,m$ a perióduson belüli rövidebb időszakok száma

A szerző vizsgálatai során additív modelleket épített fel.

Az idősorelemzés első lépésének az a lényege hogy az idősorból a többi komponens hatását valahogyan ki lehessen szűrni, az idősort „kisimítani”. A két lehetséges módszer, a mozgó átlagok módszere és az analitikus trendszámítás.

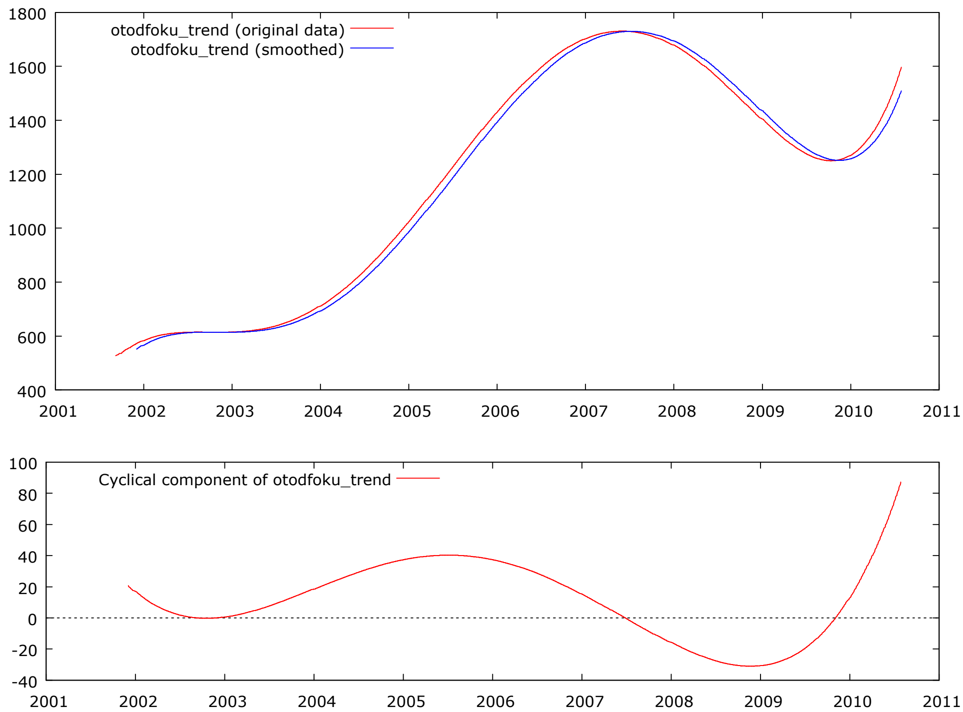
Ha az a feltételezés, hogy a tartós irányzatot valamilyen analitikusan leírható függvénnyel lehet jól közelíteni, akkor ennek a függvénynek az előállítása a célja a trendszámításnak. A megfelelő függvényforma kiválasztása nem egyszerű folyamat. Az adatok ábrázolása után több lehetséges jelölt is akadhat. A vizsgált idősort legjobban leírót kiválasztani csak úgy lehetséges, ha elkészül valamennyi modell. Három fő modellszelekciós kritériumot lehet használni:

1. AIC – Akaike információs kritérium
2. HQ – Hannan-Quinn kritérium
3. SIC - Schwarz információs kritérium



2. ábra: A RAX idősorára illesztett ötödfokú polinomiális trend

A 2. ábra a megvizsgált analitikus trendek legjobbikát, az ötödfokú polinomiális trendet mutatja.



3. ábra: Ötödfokú trenddel meghatározott ciklus

A szabálytalan közép- vagy hosszú távú ciklus meghatározásának is két módja van. Mivel a ciklust az analitikus- és a mozgóátlagolású trend összevetésével lehet meghatározni, így a két módszer abban különbözik, hogy melyiket végzik el először. A 3. ábra a RAX idősorából kimutatott ciklus nagyságát szemlélteti

Ahhoz, hogy a szezonalitást meg lehessen határozni, ki kellett szűrni a többi komponens hatását. Ezt úgy kell végrehajtani, hogy az idősort a trend és a ciklus hatásától kell megtisztítani, vagyis kivonni azokat az idősorból (4. ábra). A rendelkezésre álló adatok gyakoriságától függően havi és negyedéves szezonalitás is számítható.

4. ábra: A RAX csak szezonalitást tartalmazó adatai

A trendszámítás alapproblémája, hogy ismert értékekhez, illetve (azokat ábrázolva) pontokhoz keres egy olyan görbét, amely azokat megfelelően jól közelíti. A matematikán belül ennek a problémának egy lehetséges megoldására az approximációt alkalmazzák.

Egy a matematikában is új eljárás képes a regresszió és az approximáció előnyös tulajdonságait ötvözni. Az eljárás a legkisebb négyzetek módszerének elve alapján végzi a súlyok kiválasztását és iterációs eljárás eredménye a spline közelítés (Polgár). Az alkalmazott módszer a megfelelő súlyok választásával alkalmas robosztus becslés elkészítésére, amellyel az outlierek is kiszűrhetőek vagy kisebb súllyal szerepeltethetőek.

Az eljárás első lépésében meg kell határozni, hogy hány spline-ból (N) álljon a keresett görbe. Ennek megállapításához a rendelkezésre álló adatok alapján „szakértői" döntést kell hozni. A szerző az éves, 200 napos és 50 napos bontásnak megfelelően 9, 11 és 44 részből építette fel a trendjét.

A második teendő annak eldöntése, hogy az osztópontok ($z_0, z_1, \ldots, z_N$), ahol az egyes görbedarabkák érintkeznek, melyik pontok legyenek. Itt több lehetőség közül lehet választani. Az egyik megoldás, amikor a megfigyelt pontok közül kerülnek ki az érintkezési pontot, azaz $z_0, z_1, \ldots, z_N \in \{t_1, \ldots, t_n\}$. A másik megoldásban megengedett, hogy a köztes pontok bármely más értéket felvegyenek a megfigyelt pontok között, azaz $z_1, \ldots, z_{N-1} \in \left]t_1, \ldots, t_n\right[$, míg a végpontok meghatározásának ismét több lehetősége adódik. A választott megoldásban az első megfigyelt érték az első spline kiindulópontja és az utolsó megfigyelés az utolsó spline záró pontja, vagyis $z_0 = t_1$ és $z_N = t_n$.

Az eljárás harmadik lépésében már a minimum feladat végrehajtása zajlik, ahol a keresett összefüggés:

$$\lambda \int_{z_0}^{z_N} (g'')^2 + \sum_{i=1}^{N} p_i (g(z_i) - f_i)^2 \to \min. \qquad (3.)$$

Az összefüggés első tagja biztosítja a klasszikus interpolációs/approximációs spline görbületének értékeit, miközben a második tag a robosztus becslést végzi, s az outlierek szerepét csökkenti.

1. Táblázat: A determinisztikus trendek hibái

mutató	ötödfokú polinom	spline		
		N=9	N=11	N=44
SSE	55220330	13685822	9847620	4190320
szórás	157,9286	78,62246	66,69248	43,50456

A felosztások számának növelésével egyre jobban illeszkedő trend keletkezett. Ezt a tényt támasztja alá számokkal a 1. Táblázat , ahol az eltérés négyzetösszegek és a trendek abszolút hibái szerepelnek az ötödfokú polinom és a különböző spline-trendek esetében.

A sztochasztikus modellek közül a **Box-Jenkins modellek** voltak sokáig a legkedveltebbek az elemzést készítők körében. A modellek paramétereinek meghatározására és a kapott modellek jóságának ellenőrzésére egy három lépésből álló metódust dolgozott ki az a két statisztikus, akikről a modellt elnevezték.

Az autoregresszív mozgóátlagolású $(ARMA)$ modell:

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \beta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (4.)$$

A folyamat p számú autoregresszív és q számú mozgóátlag tagot tartalmaz, így ennek jelölése $ARMA(p,q)$.

Gazdasági idősorokkal kapcsolatos feladatok közül sok könnyen megoldható $ARMA$ modellel. A modellben már nem a konkrét RAX adatok kerülnek elemzésre, hanem csak a hozamok.

Az $ARMA$ modellek felépítése során többször előkerül a stacionaritás fogalma. Ha egy idősor maradék tagjának várható értéke, varianciája, autokovarianciája[2] nem függ az időtől, akkor az adott idősor stacionárius. Tehát

$$E(\varepsilon_t) = 0 \qquad \text{és} \qquad \mathrm{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \qquad \text{és} \qquad \mathrm{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = \sigma^2 \cdot \rho_k$$

ahol ρ_k a k-dik késleltetéshez tartozó autokorreláció értéke.

A stacionárius folyamat lefutása az időben stabil, nincs trendhatás. Az ilyen idősornak viszonylag nagy a rövid távú előrejelezhetősége.

1. Identifikáció:

A Box-Jenkins modellezés első lépésében az $ARMA(p,q)$ folyamat paramétereit, vagyis q-t és p-t kell meghatározni. A fázis lényege tehát megtalálni a tapasztalati idősort legjobban

[2] Autokovariancia független az időtől, ha adott hibatag nincs korrelációban egy előző hibataggal.

leíró elméleti idősort. A munkában nagy segítség lehet a megfigyelt adatoknak az idő függvényében való ábrázolása.

Ekkor válik láthatóvá, hogy az idősorban milyen trend van. Amennyiben lineáris trend rajzolódott ki, akkor elegendő az adatsort differenciálni. A differenciálás és ezáltal a trend kiszűrése azért fontos, mert az $ARMA(p,q)$ folyamat becsléséhez a vizsgált idősor stacionárius kell, hogy legyen.

Ha az ábrán az adatok exponenciális növekedést mutatnak, akkor az adatsort először logaritmizálni kell, majd ezután újabb ábrát kell készíteni.

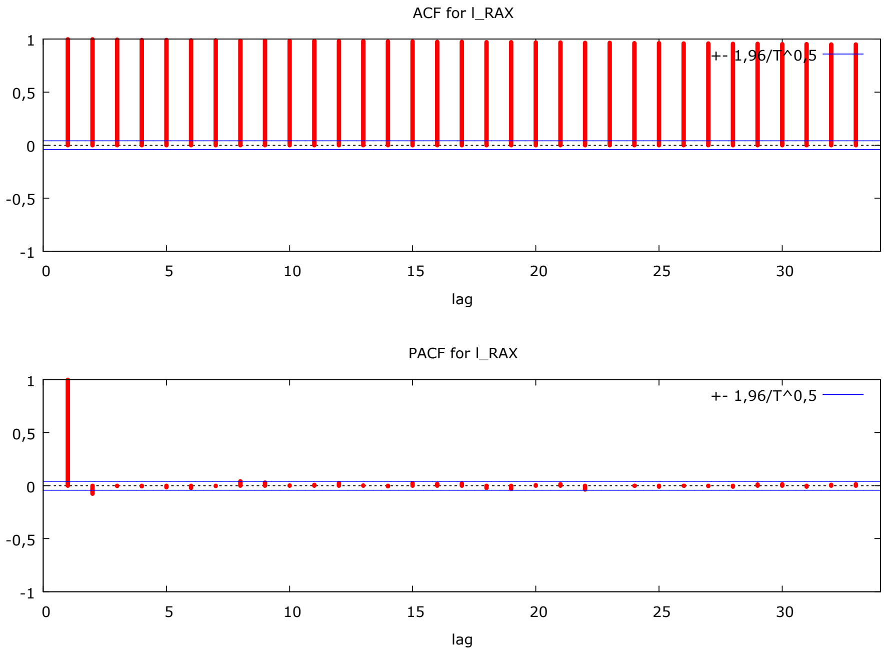
A vizsgált adatok időbeni ábrázolásán kívül egy másik ábra segítségével is el lehet dönteni, hogy szükséges-e a differenciálás. Ez a korrelogram (autokorrelációs függvény, ACF), ami egy sor adatainak és a múltbeli értékeinek korrelációs együtthatóinak, azaz az autokorrelációs együtthatók ábrája.

$$r(s) = Cor(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) = \frac{Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s})}{Var(\varepsilon_t)} = \frac{E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s})}{E(\varepsilon_t^2)} \tag{5.}$$

Az ACF grafikonon s függvényében van ábrázolva $r(s)$.

Az autokorrelációs függvény felrajzolása (5. ábra) nem csak abban segít, hogy az idősor stacionáriussá tehető legyen, hanem abban is, hogy az mozgóátlagolású (MA) tag q -fokára egy kezdeti becslést lehessen adni.

Az autoregresszív (AR) tag p kezdeti értékének eldöntésében a korrelogram helyett egy másik függvény használható, ez a parciális autokorreláció függvény $(PACF)$. A PACF a magasabb rendű autokorrelációk hatást megtisztítja az alacsonyabb rendű autokorrelációk hatásaitól.



5. ábra: A RAX hozamok ACF és PACF függvényei

2. Becslés:

A modell ezen pontján a

$$y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \ldots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1} - \beta_2 \varepsilon_{t-2} - \ldots - \beta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (6.)$$

egyenlet paramétereinek (remélhetően) végleges értékét kell megbecsülni. A becslés maximum likelihood (ML) módszerrel történik.

3. Diagnosztikai ellenőrzés:

Ebben a fázisban ellenőrizni kell, hogy megfelelően illeszkedik-e a modell az adatokhoz, vagyis a modell jóságát. Ha a felírt modell helyes, akkor a reziduumok fehér zaj folyamatot képeznek. Ehhez Box és Pierce 1970-ben kidolgozott tesztjét alkalmazzák, ahol kiszámítva a tesztstatisztika

$$Q = n\sum_{k=1}^{K} r_k^2 \qquad (7.)$$

értékét egy $K-p-q$ szabadságfokú χ^2_{K-p-q} eloszlás kritikus értékével kell összehasonlítani.

A Box-Pierce tesztek nagy problémája hogy kis minta esetén nem megbízható az eredménye, ezért is szokták a Ljung-Box tesztet is elvégezni. A teszt menete megegyezik a Box-Pierce tesztével, az alapfeltevés és a kiértékelés is azonos, csupán a tesztstatisztika értéke számítódik másképpen:

$$Q' = n'(n'+2)\sum_{k=1}^{K}\frac{r_k^2}{n'-k} \tag{8.}$$

ahol $n' = n - d$, vagyis a minta elemszáma mínusz a differenciálások száma.

Ha az elvégzett tesztek azt mutatják, hogy a felépített modell nem hatékony, akkor a Box-Jenkins eljárást az első lépéssel kell elölről kezdeni. A specifikáció módosítása után újabb becslést szükséges készíteni, majd azt is tesztelni. A folyamatot addig kell ismételni, amíg a harmadik fázisban a tesztek eredménye nem igazolja az alapfeltevést, azaz hogy a megfigyelt folyamat $ARMA(p,q)$ vagy $ARIMA(q,d,p)$ folyamat.

Az $ARMA$ modellek nagy problémája, hogy a stacionaritás szükséges hozzá. Ám a gazdasági élet és különösen a tőzsde idősorainál a véletlen tag szórása nem állandó az időben. Ennek a problémának a feloldására találta ki Robert F. Engle az idősorelemzések sztochasztikus családjának egy új elemét az $ARCH$ **modellt**.

Az $ARCH(q)$ modell három egyenlettel írható le:

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \cdots + \phi y_{t-m} + \varepsilon_t \tag{9.}$$

$$\varepsilon_t = \eta_t \sigma_t \tag{10.}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \ldots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 \tag{11.}$$

ahol $\eta_t \sim FAE(0,1)$ fehér zaj.

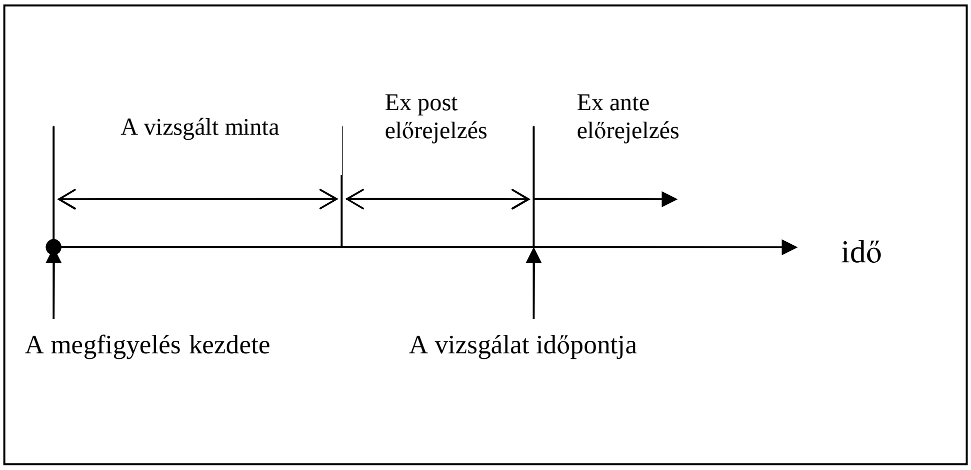
Az első egyenletben (8.) a vizsgált változó várható értéke adható meg. Látható, hogy a változó saját múltbeli értékeinek függvénye, ez tehát az autoregresszív tag. Amennyiben egy $AR(1)$ folyamatról van szó, akkor annak várható értéke a következőre egyszerűsödik:

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (12.)$$

Az eltérésváltozó (ε_t) értékét a második egyenletből (9.) kapható meg. Az egyenletben a véletlenről már egyértelműen látszik, hogy független, ám már nem azonos eloszlású, a feltételes varianciájuk az időben változik.

Az utolsó egyenletből (10.) a korábbi hibatag (innováció) hatása tudható meg. Amennyiben az előző eltérés nagy volt, úgy az adott időszakra is nagy maradék várható, míg kicsi hibát kicsi követ. Az egyenletből szintén látszik, hogy az eltérés előjele nem számít, hiszen a négyzetes taggal az eltűnik.

Egy megfelelően felépített modell nem csak arra jó, hogy a múltat lehet általa jobban megismerni, de előrejelzés készítésének is az alapja. Előrejelzés készítése során a már megismert törvényszerűségeket felhasználva lehet az időben előre meghatározni a vizsgált jelenség alakulását, értékét. Az előrejelzés alapvetően kétféle lehet: ex post és ex ante (6. ábra).



6. ábra: Előrejelzés az időben

Ex post előrejelzésnél a vizsgálatot úgy végezik el, hogy nem az összes rendelkezésre álló adatot felhasználják. Ilyenkor a meglévő adatokból nem mind kerül felhasználásra a mintában a becslés elkészítéséhez, hanem valamennyi megmarad ellenőrzés céljából. Az ex post[3] előrejelzések elkészítése után ugyanis éppen ezeknek a „megtartott” adatoknak a segítségével lesznek ellenőrizhetőek. Az ilyen előrejelzéseknek az a gyakorlati haszna, hogy láthatóvá válik, mennyire pontos a felállított modell. Amennyiben az előrejelzett és a megfigyelt adatok lényegesen eltérnek, akkor az egész modellépítési folyamatot újra kell kezdeni.

Az ex ante előrejelzés arra az időre szól, amiről már nem áll rendelkezésre információ. Éppen ezért a modell előrejelző képességét itt már nem lehet ellenőrizni, csak becsülni.

Az előrejelzések készítése során szem előtt kell tartani, hogy az idő előrehaladtával még egy tökéletes modell előrejelző képessége is csökken. Éppen ezért szokás legfeljebb annyi időt előre jelezni, mint amennyi a megfigyelési időtartam volt.

Az adatok feldolgozásához és a modellek felépítéséhez a GRELT (Gnu Regression, Econometrics and Time-series Library) nevű ökonometriai programot használta a szerző. A program ingyenesen hozzáférhető az interneten[4], illetve egy korai verziója a Magyarországon forgalomban lévő két nagy ökonometriai könyv egyikéhez mellékelve van. A spline-okból felépített trend MapleV 5 programcsomagban írt program segítségével lett meghatározva.

Új tudományos eredmények

1. Kutatásai során a szerző az időben történő előrejelzéseknek többféle csoportosításával találkozott a szakirodalomban. Ezek a csoportosítások azonban nem fedték teljesen egymást. Így a vizsgálatok során kialakított egy egységes rendszert, amely úgy a magyar, mind a nemzetközi szakirodalom csoportosításait tartalmazza.

[3] Ex post, azaz a múltra irányuló előrejelzés, hiszen amikor ez előrejelzés készül, ezeket az adatok már ismertek, már múltbelinek számítanak.
[4] http://gretl.sourceforge.net/

2. A vizsgálatok során a szerző több módszerrel is elemezte a RAX idősorát 2001. szeptember 7. és 2010. július 29. között. Az 1970-es évekig vezető szemléletmód, azaz a determinisztikus idősorelemzés alapján azt az eredményt kapta, hogy a megfigyelt adatok egy **ötödfokú polinomiális trenddel** írhatóak le legjobban. Miután a trendet leválasztotta, mozgóátlagú trenddel egy közel hét éves ciklus értékét is kimutatta. Az utolsó kiszűrhető elem a szezonalitás volt. A havi és negyedéves szezonalitás adatok is kiszámításra kerültek. Ami ezután megmaradt az a véletlen, amelynek csekély jelentőséget nyilvánít a determinisztikus idősorelemzés.

3. Ahogy a polinom fokszáma emelkedett a trendszámítás során, úgy lett egyre jobban illeszkedő a függvény. Ám a fokszám emelése egyúttal rontja a modell jóságát. Ennek a hibának a kiküszöbölésére alkalmazott a szerző **egy újfajta spilne**-t, hogy a trendet általa írja le. Ennek az új matematikai megoldásnak köszönhetően az idősorban lévő alapirányzatot jobban képes volt modellezni, mint korábban a polinomokkal.

4. A sztochasztikus idősorelemzés vizsgálatainak középpontjában a véletlen áll, ami nem is annyira véletlen. A determinisztikus elemezések számának csökkenése az autoregresszív mozgóátlagolású (*ARMA*) modellek elterjedésének volt köszönhető. A megvizsgált 2216 adat alapján a szerző azt tapasztalta, hogy az **idősor nem stacionárius**. Miután differenciálással kiszűrte a trendhatást, már egy ***ARIMA (1,1,0)*** **modellt** illesztett, ahol az első egyes arra utal, hogy a tagok között elsőfokú autoregresszív kapcsolat volt. A második egyes az egyszeres differenciálást jelenti. A nulla jelentése pedig az, hogy az idősorban nincs mozgóátlag tag.

5. Az *ARMA* modellek nem képesek kezelni a volatilitást, a maradéktag szórásának klasztereződését. Ennek a problémának a kezelésére találta ki Engle az ***ARCH*** (autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás) modelleket, melyek széles körben elterjedtek a nagy volatilitással küzdő pénzügyi területeken. A RAX hozamának majdnem kilenc éves megfigyelt idősorára nem lehetet megfelelő *ARCH* modellt meghatározni, mert az autoregresszív tag fokszámát emelve mindig jobb lett a modell, így egy idő után már a becslés annyira bonyolulttá vált, hogy a szerzőnek más módszert kellett választania.

6. Bollerslev elkészítette az *ARCH* modellek általánosítását, melyet *GARCH* (általánosított *ARCH*) modellnek nevezett el. Ez a modell megoldást adott az autoregresszív tag fokszámának problémájára. Az idősor becslését a legegyszerűbb modellel

AR(1)+GARCH(1,1) kezdte a szerző, és a végén az is bizonyult a legmegfelelőbbnek a modellszelekciós kritériumok alapján.

Javaslatok

A determinisztikus idősorelemzés estén a ciklus és a szezon-hatás kiszűrése után a véletlen tagok között elsőrendű autokorrelációra utaló adatokat kapott a szerző a polinomos és a spline-nal képzett trendek esetén is. Annak érdekében, hogy ezek a modellek jobban használhatóak legyenek, szükséges lenne annak a meghatározása, hogy mi okozza ezt a hatást. Elképzelhető, hogy valami olyan, a tőzsdén is ismert effektusról (naptár-hatás, húsvét-hatás,…) van szó, amelyet figyelembe véve az autokorreláció megszűntethető lenne.

A másik olyan terület, ahol továbblépési lehetőség mutatkozik, az az *ARCH* modellek köre. Minden vizsgálat arra az eredményre jutott, hogy az eloszlás nem normális eloszlású. Azonban vannak az *ARCH* modellcsaládnak olyan tagjai, amelyek ezt a problémát képesek kezelni. Így ezeket a modelleket is lehetne még a továbbiakban majd felhasználni egy jobb modell elkészítéséhez.

Mint végzett közgazdásznak, érdekes lehet a szerzőnek megvizsgálnia az idősort az előrejelzések egy olyan módszerével, amit eddig még nem alkalmazott. Valószínű, hogy a felállított modelleket ötvözve az *ökonometriai modellekkel* egy az eddigieknél jobb modellt lehetne készíteni.

Publikációk

Polgárné Hoschek Mónika (2011): Időbeli előrejelzések. Szombathely: Határsávok II.

Polgárné Hoschek Mónika (2010): Autoregresszó az idősorelemzésben. Sopron: Hitel Világ, Stádium Nemzetközi Tudományos Konferencia, ISBN:978-963-9883-73-4

Polgárné Hoschek Mónika (2009): Előrejelzési módszerek összehasonlítása. Kecskemét: EFTK II. kötet 895.-899. o. ISBN 978-963-7294-75-4

Závoti József - *Polgárné Hoschek Mónika* - *Bischof Annamária* (2009): Statisztikai képletgyűjtemény és táblázatok. Sopron: NYME Kiadó ISBN 978-963-9883-40-6

Polgárné Hoschek Mónika (2005): Regresszió-analízis és alkalmazása a gazdasági gyakorlatban. Sopron, doktori szigorlati dolgozat

Polgárné Hoschek Mónika (2005): Trendszámítás, spline-ok. Sopron: XXVII. OTDK, Doktoranduszi szekció

Polgárné Hoschek Mónika (2003): Tőzsdei elemzés matematikai-statisztikai módszerekkel. Sopron, A Magyar Tudomány Napja konferencia

Polgárné Hoschek Mónika (2003): Statisztikai módszerek alkalmazása a tőzsdei gyakorlatban. Sopron, diplomamunka

Polgárné Hoschek Mónika (2001): Statisztikai módszerek alkalmazása az Asamer - Horváth Kft-nél. Sopron, Pénzügyi szilánkok ISBN 963 00 7520 2