

Doktori (PhD) értekezés tézisei

**A faanyag és faalapú anyagok anizotrop tönkremeneteli  
elméleteinek vizsgálata alkalmazhatóságuk szempontjából**

Garab József

Nyugat-magyarországi Egyetem

Sopron

2012

Doktori (PhD) értekezés tézisei  
Nyugat-magyarországi Egyetem, Faipari Mérnöki Kar  
Cziráki József Faanyagtudomány- és Technológiák Doktori Iskola  
Vezető: Dr. Dr. h.c. Winkler András egyetemi tanár

Doktori program: Faszervezetek  
Programvezető: Dr. Divós Ferenc CSc.

Tudományág:  
Anyagtudományok és technológiák

Témavezető: Dr. Szalai József CSc.

## Jelmagyarázat

$a_i, a_{ij}, a_{ijk}, a_{ijkl}, \dots a_{ijkl\dots q}$  – 1-, 2-, 3-, 4-, ...  $z$ -dimenziós szilárdsági tenzorok, ill. azok komponensei a kiinduló koordináta-rendszerben ( $i, j, k, l, \dots q=1, 2, 3$ ),

$a_i, a_{ij}, a_{ijk}, a_{ijkl}, \dots a_{ijkl\dots q}$  – az előbbi tenzorok, ill. azok komponensei a transzformált koordináta-rendszerben ( $i', j', k', l', \dots q'=1, 2, 3$ ),

$c$  – tetszőleges skalár,

CoV [%] – variációs koefficiens százalékos értékben megadva,

$I_1, I_2$  – az első és a második feszültségi invariáns,

$L, R, T$  – a faanyag anatómiai főirányai: rost-, sugár-, és hűrirány,

$n$  – tönkrementeli viszonyszám,

$P$  – a triaxiális nyomóvizsgálatok során ható oldalnyomás,

$u$  – a faanyag nedvességtartalma,

$x^i$  – a próbatest élével párhuzamos koordináta-rendszer főtengelei ( $i=1, 2, 3$ ),

$\beta_i^i, \beta_i^i$  – transzformációs mátrixok,

$\vartheta$  – koordináta-transzformációs szög,

$\rho$  – a faanyag sűrűsége,

$\Sigma$  Biax – az összes biaxiális feszültségi állapot,

$\Sigma$  Triax – az összes triaxiális feszültségi állapot,

$\sigma^{i'j'}$  – a ható feszültségi állapot tenzora, ill. annak komponensei a transzformált koordináta-rendszerben ( $i', j'=1', 2', 3'$ ),

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot tenzora, ill. annak komponensei a kiinduló koordináta-rendszerben ( $i, j=1, 2, 3$ ),

$\varphi$  – koordináta-transzformációs szög, ami a faanyag rostirányával megegyezik,

$\psi$  – koordináta-transzformációs szög, ami a faanyag évgyűrűállásával megegyezik.

## 1. Bevezetés

A természetben – alapjában véve – minden anyag anizotrop. A műszaki gyakorlatban felhasznált anyagok egy része azonban izotrop anyagként modellezhető a fizikai-mechanikai tulajdonságok szempontjából. Másik része (kompozitok, faanyag) viszont olyan mértékű irányfüggő tulajdonságrendszerrel bír, ami anizotrop anyagmodellek alkalmazását teszi szükségessé. A teherbíró-képesség, a szilárdság minden szerkezeti elem, ill. anyag alapvető tulajdonsága. A szerkezeti elem teherbíró-képességének előrejelzéséhez anizotrop tönkremeneteli elméleteket kell alkalmazni. A tudomány története folyamán számtalan tönkremeneteli elmélet alakult ki izotrop és anizotrop anyagokra egyaránt. Az anizotrop tönkremeneteli elméletek közül azonban alapvetően három felel meg a legáltalánosabb követelményeknek. Ezek: a von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-féle elméletek. Munkánk során e három elmélet alkalmazhatóságát vizsgáltuk.

## 2. A kutatómunka célja

A Bécsi Műszaki Egyetem Mechanika Intézetében (*TU Vienna, Institute for Mechanics of Materials and Structures*) Prof. Dr. Josef Eberhardsteiner vezetésével egy precíziós terhelő- és mérőberendezéssel lucfenyő (*Picea abies*) faanyagon biaxiális (tetszőleges síkbeli feszültségi állapotú) méréseket végeztek, amelyek egyik célja a tönkremenetel pillanatában fellépő feszültségi állapot meghatározása volt. A kutatás során ezeket a kísérleti adatokat dolgoztuk fel a tönkremeneteli elméletek szempontjából. A kísérleti adatokat – a két intézet együttműködése keretében – Prof. Dr. Eberhardsteiner a rendelkezésünkre bocsátotta. A kiértékelések eredményei alapján következtettünk az elméletek helyességére és alkalmazhatóságára síkbeli feszültségállapotban.

Önálló kísérletek elvégzése is célja volt a kutatási munkánknak. A biaxiális kísérletek analógiájára triaxiális feszültségállapotokat hoztunk létre lucfenyő faanyagon, hogy térbeli feszültségi állapotban is következtethessünk a tönkremeneteli elméletek helyességére és alkalmazhatóságára. A biaxiális és a triaxiális vizsgálatok eredmé-

nyeként pedig el tudtuk dönteni, hogy a von Mises, a Tsai-Wu és az Ashkenazi-féle tönkremeneteli elmélet közül melyik írja le a legpontosabban a természetes faanyag tönkremenetelét.

### 3. Elméleti ismertető

Anizotrop anyagok tönkremenetele esetén nemcsak a feszültségi állapot komponenseinek nagysága számít, hanem az is, hogy a feszültségi főtengelek milyen helyzetben vannak az anyag szimmetriatengelyeihez képest. A faanyag szilárdsági jellemzőit ezért célszerű az anatómiai főirányok rendszerében megadni, valamint a feszültségi állapotot is ebben a rendszerben kell értelmezni.

A tönkremeneteli elméletek (szilárdsági kritériumok) a következő általános alakú polinomba foglalhatók össze:

$$a_{ij}\sigma^{ij} + a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl} + a_{ijklmn}\sigma^{ij}\sigma^{kl}\sigma^{mn} + a_{ijklmnop}\sigma^{ij}\sigma^{kl}\sigma^{mn}\sigma^{op} + \dots \leq c, \quad (1)$$

$$i, j, k, l, m, n, o, p, \dots = 1, 2, 3$$

ahol,

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot tenzora, ill. annak komponensei,

$a_{ij}, a_{ijkl}, a_{ijklmnop}, \dots$  – a szilárdságra jellemző 2, 4, 6, 8, ... dimenziós tenzorok,

$c$  – tetszőleges skalár.

A szilárdsági kritériumok abban különböznek egymástól, hogy az általános szilárdsági kritérium (1) bal oldalán hány és milyen típusú tagot tartanak meg, illetve hogyan határozzák meg a tenzorkomponensek fizikai értelmét.

Olyan plasztikus anyagokra, melyeknél a húzó- és nyomószilárdság megegyezik, szilárdsági kritériumként von Mises (1928) egy másodfokú polinomot javasolt, melyet plasztikus potenciálnak nevezett:

$$a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl} \leq 1 \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (2)$$

---

\* Itt és a továbbiakban a szorzatként egymás mellett álló, alsó- és felsőindexes mennyiségeket a futó indexek lehetséges indexeire összegezni kell (Einstein féle jelölés-konvenció). Pl.:  $a_{\bar{x}^i} = a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3$ .

Tsai és Wu (1971) a kezdeti polinom (1) első két tagját tartotta meg. Azt feltételezték, hogy az elméletük nemcsak plasztikus, de rideg anyagok esetén is érvényes. A Tsai-Wu szilárdsági kritérium a következő:

$$a_{ij}\sigma^{ij} + a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl} \leq 1 \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (3)$$

Ashkenazi (1966) a szilárdság jellemzésére az általános szilárdsági kritérium második és negyedik tagját tartotta meg annyi változtatással, hogy a jobb oldalon az egység helyett egy tetszőleges állandót választott. Ez az elmélet rideg anyagok (mint a természetes faanyag és a faalapú anyagok) esetére is alkalmazható. Átalakítások után (Szalai 1994) a következő kifejezés keletkezik:

$$\frac{a_{ijkl}\sigma^{ij}\sigma^{kl}}{\sqrt{I_1^2 - I_2}} \leq 1, \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (4)$$

$I_1, I_2$  – az első és második feszültségi invariáns.

Mindhárom elmélet úgy működik, hogy amennyiben a megadott egyenlőtlenség fennáll, az anyag nem megy tönkre. Egyenlőség esetén az anyag éppen a tönkremenetel határára kerül.

Az elméleti megfontolások egyértelműen arra utalnak, hogy anizotrop anyagok (faanyagok) esetén csak az Ashkenazi-féle elmélet a helyes (pl. Szalai 1994, 2008). Hiszen a von Mises és a Tsai-Wu elmélet azt mondja ki, hogy akármilyen is a feszültségi állapot orientációja, a faanyag mindig azonos kiegészítő munka elérésekor megy tönkre. Azonban tudjuk, hogy ez helytelen megállapítás. Ha egy rostirányú és egy sugárirányú (de egyébként ugyanolyan geometriai méretű) fa rudat húzunk, akkor a tönkremenetelig felhalmozott kiegészítő energia jelentősen különböző lesz. Ezt a tapasztalatot egyedül az Ashkenazi tönkremeneteli elmélet tükrözi.

Ha a (2), (3), (4) relációkban egyenlőséget írunk és az egység helyébe  $n$ -t, melyet tönkremeneteli viszonyzámnak nevezünk, akkor megkapjuk az elméletek kísérleti ellenőrzésének lehetőségét. Ha a tönkremeneteli viszonyszám értéke éppen egy, az azt jelenti, hogy az elmélet a lehető legpontosabban megfelel a kísérleti eredményeknek. Ha  $n$  értéke kisebb, mint egy, az elmélet azt mutatja, hogy még nem kellett volna

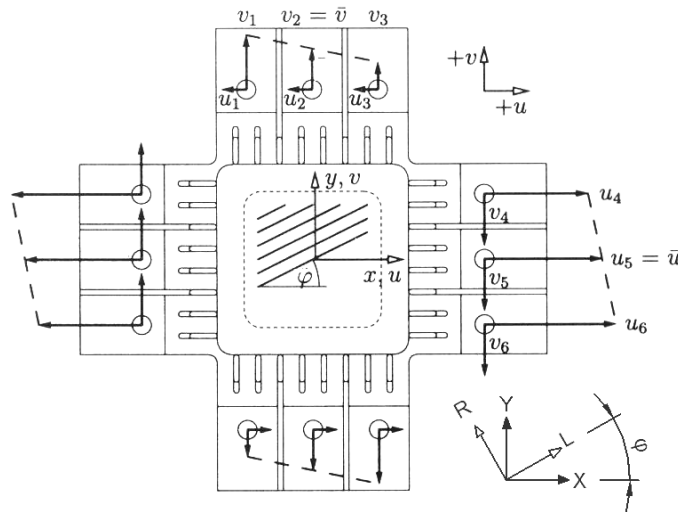
összetörnie az anyagnak. Ha  $n$  értéke nagyobb, mint egy, az azt jelenti, hogy az anyagnak az elmélet szerint már korábban tönk्रे kellett volna mennie. Minél közelebb van  $n$  értéke az egységhez, az elmélet annál pontosabban írja le a tönkremenetel fellépését.

#### **4. A kutatómunka tárgya – anyagok és módszerek**

A biaxiális kísérletek átvett eredményeit és az általunk végzett triaxiális kísérletek eredményeit felhasználva ellenőriztük a tönkremeneteli elméleteket alkalmazhatóságuk szempontjából. Mivel a tönkremeneteli elméleteket csak a faanyag anatómiai főirányainak rendszerében lehet értelmezni, transzformálnunk kellett a kísérleti feszültségállapotokat. Meghatároztuk valamennyi feszültségállapotra a három elmélet szerint a tönkremeneteli viszonyszámokat, melyek segítségével következtethetünk az egyes elméletek helyességére.

##### **4.1. A biaxiális törővizsgálatok bemutatása**

Eberhardsteiner (2002) 423 darab kereszt alakú lucfenyő próbatestet vizsgált meg biaxiális terhelés alatt (1. ábra). A próbatestek az  $LR$  (longitudinális-radiális) anatómiai fősíkból lettek kialakítva. A vastagságuk a terhelés módjától függött, a kiértékelt feszültség- és alakváltozás-mező  $140 \times 140$  mm volt. Lineáris  $u$  és  $v$  nagyságú terhelések alkalmaztak a terhelő berendezés tengelyei mentén ( $x, y$ ). A keletkezett feszültségi állapotok síkbeli feszültségállapotok voltak  $\sigma^{xx}$ ,  $\sigma^{yy}$  komponensekkel. A próbatestek rostlefutása ( $\varphi$ ) eltérő volt.  $\varphi = 0^\circ$  ( $L$ ),  $7,5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ , és  $45^\circ$ . A méréseket  $20^\circ\text{C}$  hőmérsékleten és 65% relatív páratartalom mellett végezték, a faanyag átlagos nedvességtartalma 12% volt. A törővizsgálatok után 423 db a tönkremenetelek pillanatában uralkodó feszültségi állapot állt a rendelkezésünkre.



1.ábra.: Próbatest biaxiális törővizsgálatokhoz. A próbatest alakja, a teherátadás módja, és a koordináta rendszer látható.

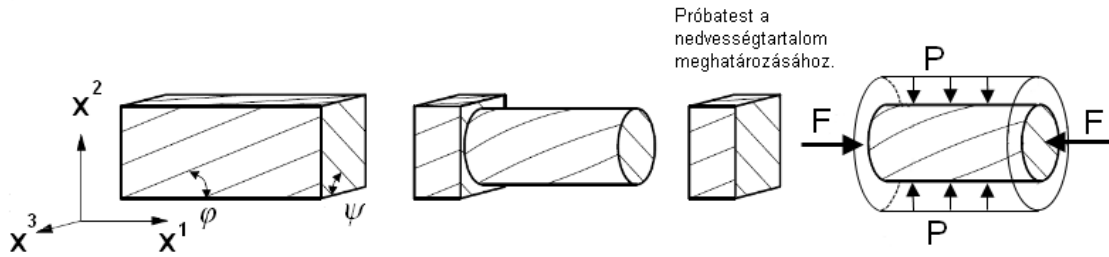
## 4.2. A triaxiális törővizsgálatok bemutatása

A korábban említett intézetben triaxiális törővizsgálatokat hajtottunk végre lucfenyő faanyagon (Garab és tsai. 2012). A törőberendezés hidraulikus oldalnyomással működik, ezért a triaxiális nyomóvizsgálatokhoz hengeres próbatesteket készítettünk lucfenyő pallókból. A próbatest kialakított végső geometriája 50 mm-es átmérővel 100 mm-es magassággal rendelkező fahenger (2. ábra) volt, amelyet a tönkremenetelig terheltük axiálisan és oldalnyomással.

A mért sűrűségi és nedvességtartalmi értékek átlaga  $\rho = 0,39 \text{ g/cm}^3$  és  $u = 13,9\%$  volt. Három különböző rostlefutást vágunk ki a pallókból:  $\varphi = 0^\circ (L)$ ,  $22^\circ$  és  $45^\circ$ . Az évgyűrűállás ( $\psi$ )  $0^\circ (T)$ - $90^\circ (R)$  tartományon belül változott. Az esztergályozás előtt minden próbatest rostlefutását, évgyűrűállását megmértük. Az alkalmazott oldalnyomások 5, 10 és 15 bar között változtak. Minden oldalnyomás-orientáció kombináció során 6 próbatestet törtünk össze, azaz összesen 54 darabot vizsgáltunk.

A kísérletek során 4 db ferde rostlefutású próbatest már az oldalnyomástól összetört, ezért végeredményül 50 db térbeli feszültségi állapotot kaptunk, amelyek a tönkremenetel pillanatában ébredtek.





2.ábra: A próbatest elkészítése, orientációja valamint az alkalmazott terhelési irányok. Háromfajta rostirányú léceket vágunk ki a pallókból ( $\varphi=0^\circ[L], 22^\circ, 45^\circ$ ) és az évgyűrűállás ( $\psi$ )  $0^\circ(T)$ - $90^\circ(R)$  tartományon belül változott. A lécek keresztmetszete  $60 \times 60$  mm volt. Ezután az 50 mm-es átmérőt esztergáltuk ki. Végül a hasáb alakú véget levágtuk, majd belőle meghatároztuk nedvességtartalmat. Az axiális terhelés iránya ( $F$ ) az  $x^1$  tengely, míg az oldalnyomás ( $P$ ) az  $x^2$ - $x^3$  síkban ébredt.

### 4.3. Az összetett feszültségállapotok transzformációja a faanyag anatómiai főirányainak rendszerébe

A tönkrementeli elméleteket úgy működnek, hogy bennük a ható feszültség állapotot az anyagok anatómiai vagy szerkezeti főtengely-rendszerében kell megadni.

Szalai (1994) levezetett egy koordináta-transzformációs eljárást, amely segítségével három forgatási szög segítségével ( $\vartheta, \varphi, \psi$ ) eljuthatunk a próbatest éleivel párhuzamos koordinátarendszertől a faanyag anatómiai főirányainak a koordinátarendszerébe. Szerencsére a rendelkezésünkre álló faanyag nem tette lehetővé a teljesen általános orientációjú próbatestek kivágását, s ezzel nem kellett alkalmaznunk a teljesen általános érvényű elméletet. A lucfenyő anyagból csak olyan pallók álltak rendelkezésre, amelyeknél az  $L$  irány egybeesett a fűrészáru hossz tengelyével. Ilyen orientáció mellett a  $\varphi$  forgatási szög megegyezik a rostiránnyal, a  $\vartheta$  szög mindig 0, a  $\psi$  transzformációs szög pedig az évgyűrűállás szögével egyezik meg (3. ábra), amit a próbatest végkeresztmetszetén mérhetünk.

A feszültségállapotok átszámításához szükséges transzformációs mátrix Szalai (1994) alapján:

$$\beta_i^{i'} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \sin \psi & \sin \varphi \cos \psi \\ \sin \varphi \cos \vartheta & -\cos \varphi \sin \psi & -\cos \varphi \cos \psi \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \end{bmatrix} \quad (5)$$

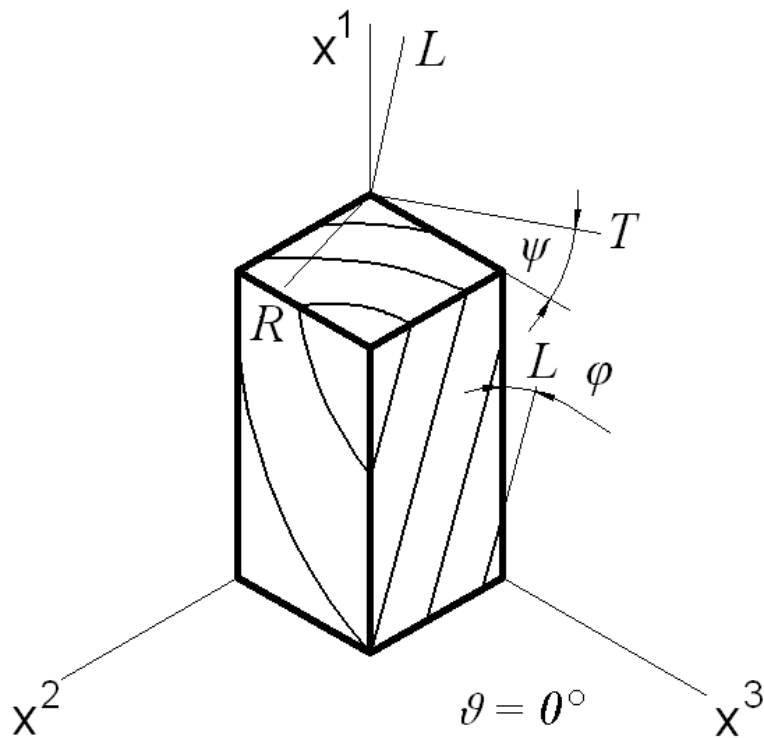
A transzformációs mátrix (5) komponensei és a tenzorelmélet alkalmazásával a feszültségállapotokat a próbatest éleinek a koordináta-rendszeréből transzformáltuk a faanyag anatómiai főirányrendszerébe:

$$\sigma^{i'j'} = \sigma^{ij} \beta_i^{i'} \beta_j^{j'}. \quad i, j, k = 1, 2, 3 \text{ és } i', j', k' = L, R, T \quad (6)$$

$\beta_i^{i'}$  és  $\beta_j^{j'}$  – transzformációs mátrix (5) elemei,

$\sigma^{i'j'}$  – feszültségi állapot a faanyag anatómiai főirányainak koordináta-rendszerében (L, R, T),

$\sigma^{ij}$  – feszültségi állapot a próbatest éleinek koordináta-rendszerében ( $x^1, x^2, x^3$ ).



3. ábra: Transzformációs szögek ( $\varphi$ ,  $\vartheta$  és  $\psi$ ) a próbatesten az esztergálás előtti állapotban.

#### 4.4. A tönkremeneteli elméletek ellenőrzése

Ha az egyes tönkremeneteli relációk (2-4) bal oldali értékét  $n$ -nel jelöljük, melyet **tönkremeneteli viszonyzámnak** nevezünk, akkor ennek nagyságából azonnal következtethetünk az anyag állapotára. Ha  $n=1$ , az anyag éppen a tönkremenetel határhelyzetében van, ha  $n<1$ , akkor az anyag az elmélet szerint még nem ment tönkre, ha  $n>1$ , akkor az elmélet a tönkremenetel bekövetkezésére utal. Az  $n$  tönkremeneteli viszonyzámmal tehát azonnal képet kaphatunk az elmélet tönkremenetelre vonatkozó jóslatának helyességéről.

A faanyag természetes szórása, és a kísérleti körülmények által megszabott véletlenszerű szórás kötelezővé teszi, hogy az elméletek ellenőrzésére minél nagyobb számú vizsgálatot végezzünk. A nagy szórás ugyanis azzal a következménnyel jár, hogy kevés számú vizsgálatot megfigyelve az  $n$  értéke csak kis biztonsággal utal a tönkremenetel bekövetkezésére. Ez a bizonytalanság azonban nagyszámú próbatest tönkremenetelének vizsgálatával egyre inkább csökken. Ezért az egyes kísérletek alapján kapott tönkremeneteli viszonyszámokat matematikai statisztikai és valószínűségelméleti módszerekkel kell kiértékelni. Az  $n$ -ekre kapott átlag, szórás, és egyéb statisztikai jellemzők már lehetővé teszik, hogy a tönkremeneteli elméletek helyességét megítéljük.

A tönkremeneteli viszonyszámot az alábbi összefüggésekkel számíthatjuk ki az egyes tönkremeneteli elméleteknek megfelelően:

Von Mises elmélet:

$$n_{\text{von Mises}} = a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}, \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (7)$$

Tsai-Wu elmélet:

$$n_{\text{Tsai-Wu}} = a_{ij} \sigma^{ij} + a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}, \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (8)$$

Ashkenazi elmélet:

$$n_{Ashkenazi} = \frac{a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}}{\sqrt{|I_1^2 - I_2|}}, \quad i, j, k, l = L, R, T \quad (9)$$

ahol,

$n_{von Mises}$ ,  $n_{Tsai-Wu}$ ,  $n_{Ashkenazi}$  – az egyes tönkrementeli elméleteknek megfelelő tönkrementeli viszonyszám,

$a_{ij}$ ,  $a_{ijkl}$  – a tönkrementeli elméleteknek megfelelő szilárdsági tenzor,

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot, ill. annak tenzora,

$I_1$  és  $I_2$  – az első és második feszültségi invariáns.

## 5. Az eredmények összefoglalása

A tönkrementeli elméleteket alkalmaztuk a transzformált feszültségállapotokra, melyeket csoportosítottunk a ható normálfeszültségek előjele alapján. A 4.4. fejezet alapján minden egyes kísérleti feszültségállapotra meghatároztuk a tönkrementeli viszonyszámokat (7-9) amelyek statisztikai jellemzőit az 1-3 táblázatok mutatják be.

1. táblázat: A von Mises elmélettel számolt tönkrementeli viszonyszámok ( $n$ ) leíró statisztikai kiértékelése a síkbeli feszültségállapotok négy csoportjára, valamint az összes síkbeli feszültségállapotra együttesen, illetve a triaxiális feszültségállapotokra.

	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR+}$	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR+}$	$\Sigma$ Biax	$\Sigma$ Triax
Elemiszám [db]:	145	103	113	62	423	50
Minimum [-]:	0,16	0,00	0,00	0,40	0,00	0,00
Maximum [-]:	4,09	1,96	5,78	3,13	5,78	3,30
Median [-]:	0,74	0,00	0,00	1,22	0,56	0,00
Módusz [-]:	0,75	0,00	0,00	1,25	0,00	0,00
Várható érték [-]:	0,99	0,27	0,48	1,29	0,73	0,42
Szórás négyzet [-]:	0,51	0,18	1,08	0,34	0,69	0,50
Szórás [-]:	0,72	0,43	1,04	0,58	0,83	0,71
CoV [%].:	72,1	155,1	215,5	44,8	114,5	170,2
Ferdeség [-]:	2,06	1,68	3,60	0,92	2,31	2,13
Csúcosság [-]:	4,67	2,36	14,18	1,04	8,54	5,02

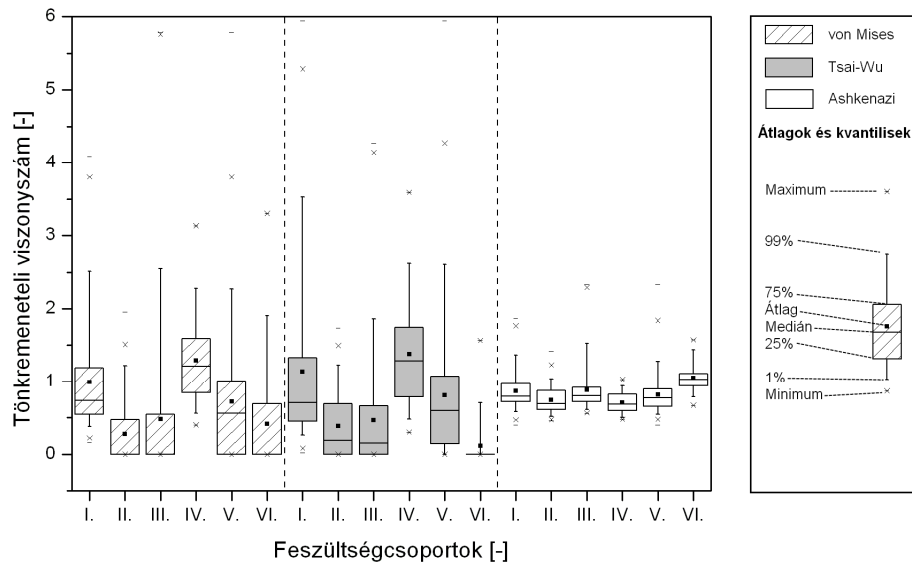
2. táblázat: A Tsai-Wu elmélettel számolt tönkremeneteli viszonyszámok ( $n$ ) leíró statisztikai kiértékelése a síkbeli feszültségállapotok négy csoportjára, valamint az összes síkbeli feszültségállapotra együttesen, illetve a triaxiális feszültségállapotokra.

	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR+}$	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR+}$	$\Sigma$ Biax	$\Sigma$ Triax
Elemzés [db]:	145	103	113	62	423	50
Minimum [-]:	0,02	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00
Maximum [-]:	5,94	1,73	4,27	3,59	5,94	1,57
Median [-]:	0,70	0,19	0,15	1,30	0,60	0,00
Módusz [-]:	0,40	0,00	0,00	1,25	0,00	0,00
Várható érték [-]:	1,14	0,38	0,47	1,38	0,81	0,11
Szórás négyzet [-]:	1,23	0,20	0,60	0,50	0,86	0,09
Szórás [-]:	1,11	0,44	0,77	0,71	0,93	0,30
CoV [%]:	97,6	115,3	165,5	51,5	114,4	259,3
Ferdeség [-]:	2,14	0,85	2,92	0,97	2,18	3,45
Csúcsosság [-]:	4,75	-0,19	10,28	1,03	6,24	12,94

3. táblázat: Az Ashkenazi elmélettel számolt tönkremeneteli viszonyszámok ( $n$ ) leíró statisztikai kiértékelése a síkbeli feszültségállapotok négy csoportjára, valamint az összes síkbeli feszültségállapotra együttesen, illetve a triaxiális feszültségállapotokra.

	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR+}$	$\sigma^{LL+} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR-}$	$\sigma^{LL-} \sigma^{RR+}$	$\Sigma$ Biax	$\Sigma$ Triax
Elemzés [db]:	145	103	113	62	423	50
Minimum [-]:	0,40	0,46	0,56	0,48	0,40	0,67
Maximum [-]:	1,87	1,42	2,33	1,03	2,33	1,57
Median [-]:	0,80	0,70	0,80	0,70	0,77	1,04
Módusz [-]:	0,72	0,65	0,70	0,66	0,76	1,03
Várható érték [-]:	0,87	0,75	0,88	0,71	0,82	1,05
Szórás négyzet [-]:	0,06	0,03	0,09	0,02	0,06	0,03
Szórás [-]:	0,25	0,18	0,31	0,14	0,25	0,17
CoV [%]:	28,2	24,4	35,0	20,1	30,3	16,1
Ferdeség [-]:	1,48	0,85	2,86	0,29	2,32	0,85
Csúcsosság [-]:	2,86	0,77	9,68	-0,79	8,96	1,82

A 4. ábrán látható dobozdiagramok segítségével könnyen láthatók az egyes elméletekkel meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok különbségei.



4. ábra: A tönkreteneteli viszonyszámok ábrázolása dobozdiagramokkal a von Mises, a Tsai-Wu, és az Ashkenazi elméleteknek és az egyes feszültségcsoporthoknak megfelelően. A feszültségcsoporthok: I –  $\sigma^{LL+} \sigma^{RR+}$ ; II –  $\sigma^{LL+} \sigma^{RR-}$ ; III –  $\sigma^{LL-} \sigma^{RR-}$ ; IV –  $\sigma^{LL-} \sigma^{RR+}$ ; V –  $\Sigma$  Biax; VI –  $\Sigma$  Triax.

A dobozdiagramok jelölik az adott feszültségcsoporthban az adott tönkreteneteli elmélettel meghatározott tönkreteneteli viszonyszámok átlagát, a mediánt, az 1, 25, 75, és 99%-os kvantilishez tartozó értéket, valamint a tönkreteneteli viszonyszámok minimumát és maximumát. Fontos megemlíteni, hogy jelentő számú negatív értékeket is tapasztaltunk a von Mises és a Tsai-Wu elmélettel meghatározott tönkreteneteli viszonyszámok között. Ez azt jelenti, hogy síkbeli feszültségállapot esetén a normálfeszültségeknek megfelelő képpont kívül esik a szilárdsági felület alapsíkra eső vetületén, azaz a feszültségi képpont a teljes szilárdsági felületen kívül helyezkedik el. Az elméleti magyarázat térbeli feszültségállapot esetén is hasonló, azonban a magasabb dimenziószám miatt grafikus bemutatására nincs lehetőség. A negatív tönkreteneteli viszonyszámok tehát azt jelentik, hogy az adott elmélet nem írja le helyesen a tönkretenetelt, ezért az ennek a mérésnek megfelelő viszonyszámot nulla értékkel vettük fel. A nulla viszonyszám ugyanis az illeszkedés teljes hiányát jelenti. Az Ashkenazi elmélettel a tönkreteneteli viszonyszámra egyszer sem kaptunk negatív értéket.

Továbbá, a von Mises és a Tsai-Wu elmélettel meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok egyetlen feszültségcsoportban sem tükrözik a faanyag valódi tönkremenetelét. Bár vannak olyan feszültségcsoportok, melynél a tönkremeneteli viszonyszám értéke 1-hez közeli, azonban az eredmények varianciája nem tükrözi a természetes faanyag mechanikai tulajdonságainak változékonyságát. Azonban az Ashkenazi elmélettel meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok 1-hez közeli értékek, illetve a variancia is a tükrözi a faanyag mechanikai tulajdonságainak változékonyságát.

## 6. Konklúzió

Összefoglalva az eredményeket, a von Mises, a Tsai-Wu, és az Ashkenazi elmélet közül egyedül az Ashkenazi elmélet írja le megfelelően a faanyagok tönkremeneteli viselkedését. Az Ashkenazi elmélet helyességét az elméleti megfontolások (pl. Szalai 1994) és a gyakorlati mérések segítségével, a következő indokok támasztják alá:

- Egytengelyű feszültségi állapotban a szilárdság orientációs változásának leírására az Ashkenazi elmélet a legalkalmasabb. (Azonban bizonyos feltételek fennállása esetén a három elmélet között csekély a különbség.)
- Energetikai szempontokat figyelembe véve, anizotrop anyagok tönkremenetelének leírására a von Mises és a Tsai-Wu elméletek elvileg helytelenek, mert azt mondják ki, hogy a tönkremenetel minden orientációnál azonos energiaszinten megy végbe, ami ellentmond a mindennapi tapasztalatnak.
- A von Mises és a Tsai-Wu elmélettel meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok közül jelentős számú negatív értéket kaptunk, ami azt jelenti, hogy a tönkremeneteli elmélet nem írja le megfelelően a faanyag tönkremenetelét.
- A három tönkremeneteli elmélet közül valamennyi feszültségcsoportban egyedül csak az Ashkenazi elmélettel meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok értéke volt 1-hez közeli, nem is beszélve a variációs tényezőkről, amelyek csak az Ashkenazi elmélet esetén estek közel a faanyag természetes változékonyságának megfelelő szóráshoz.

## 7. Tézisek

### 1. Tézis

**Kidolgoztam egy eljárást a faanyagra alkalmazható tönkremeneteli elméletek kísérleti eredményeken alapuló összehasonlíthatóságára. Bevezettem az „ $n$ ” tönkremeneteli viszonyszámot, amely a kísérletben meghatározott tönkremeneteli feszültségi állapot és az egyes szilárdsági elméletek által előre jelzett tönkremeneteli feszültségi állapot összehasonlítására szolgál.**

A tönkremeneteli viszonyszám mind lineáris, mind síkbeli vagy térbeli feszültségi állapotban is alkalmazható.

Ha  $n < 1$ ,

az elmélet szerint még nem kellett volna tönkremennie a próbatest anyagának,

ha  $n = 1$ ,

az elmélet helyesen jósolta meg a tönkremenetel fellépését,

ha  $n > 1$ ,

az elmélet szerint a próbatest anyagának már korábban tönkre kellett volna mennie.



## 2. Tézis

Levezettem azokat az összefüggéseket, amelyek megadják a napjainkban leginkább ismert és alkalmazott tönkremeneteli elméletek (von Mises, Tsai-Wu, Ashkenazi elmélet) és kísérleti eredmények alapján számítható tönkremeneteli viszonzyszámokat.

A tönkremeneteli viszonzyszámok meghatározási módja a következő az egyes tönkremeneteli elméleteknek megfelelően:

von Mises elmélet:

$$n_{\text{von Mises}} = a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}, \quad i, j, k, l = L, R, T$$

Tsai-Wu elmélet:

$$n_{\text{Tsai-Wu}} = a_{ij} \sigma^{ij} + a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}, \quad i, j, k, l = L, R, T$$

Ashkenazi elmélet:

$$n_{\text{Ashkenazi}} = \frac{a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}}{\sqrt{I_1^2 - I_2}}, \quad i, j, k, l = L, R, T$$

ahol,

$n_{\text{von Mises}}$ ,  $n_{\text{Tsai-Wu}}$ ,  $n_{\text{Ashkenazi}}$  – az egyes tönkremeneteli elméleteknek megfelelő tönkremeneteli viszonzyszám,

$a_{ij}$ ,  $a_{ijkl}$  – a tönkremeneteli elméleteknek megfelelő szilárdsági tenzor,

$\sigma^{ij}$  – a ható feszültségi állapot, ill. annak tenzora,

$I_1$  és  $I_2$  – az első és második feszültségi invariáns.

### 3. Tézis

Bemutattam azokat az összefüggéseket, melyekkel adott anatómiai fősíkon ható feszültségállapotokat transzformálni lehet a faanyag anatómiai főirányainak rendszerébe. Továbbá levezettem, hogyan lehet transzformálni térbeli feszültségállapotokat abban az esetben, ha a próbatesteket egy olyan pallóból vágjuk ki, amelyben benne van az *L* anatómiai főirány.

### 4. Tézis

Lucfenyő faanyagra síkbeli feszültségállapotban meghatároztam a tönkremeneteli viszonyszámokat a három alapvető szilárdsági elmélet szerint. Elvégeztem a szilárdsági kritériumok ellenőrzésére szolgáló kiértékelést. A kiértékelés eredményeit a normálfeszültségek előjele alapján képzett feszültségcsoportokban a következő táblázatban foglaltam össze:

4. táblázat: A von Mises, a Tsai-Wu és az Ashkenazi szilárdsági kritériumok alapján meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok „n” statisztikai kiértékelése síkbeli feszültségállapotok esetén az egyes feszültségcsoportoknak megfelelően.

Feszültségállapotok		$n_{von\ Mises}$		$n_{Tsai-Wu}$		$n_{Ashkenazi}$	
Fesz. csoportok	Darab-szám	Átlag	CoV	Átlag	CoV	Átlag	CoV
	[-]	[-]	[%]	[-]	[%]	[-]	[%]
$\sigma^{LL+} \sigma^{RR+}$	145	0,99	72,1	1,14	97,6	0,87	28,2
$\sigma^{LL+} \sigma^{RR-}$	103	0,27	155,1	0,38	115,3	0,75	24,4
$\sigma^{LL-} \sigma^{RR-}$	113	0,48	215,5	0,47	165,5	0,88	35,0
$\sigma^{LL-} \sigma^{RR+}$	62	1,29	44,8	1,38	51,5	0,71	20,1
Összes fesz. áll.	423	0,73	114,5	0,81	114,4	0,82	30,3

## 5. Tézis

A síkbeli feszültségi állapotoknak megfelelő tönkremeneteli viszonyszámok statisztikai kiértékelése alapján megállapítottam, hogy a lucfenyő faanyag tönkremenetelét síkbeli feszültségi állapotban egyedül az Ashkenazi-féle elmélet tudja helyesen leírni.

## 6. Tézis

Kísérleteim segítségével meghatároztam különböző orientációjú lucfenyő faanyag triaxiális nyomószilárdságát. Az eredményeket felhasználva kiszámítottam mindhárom tönkremeneteli elméletnél a tönkremeneteli viszonyszámokat és ezeket statisztikailag kiértékeltem:

*5. táblázat: A von Mises, a Tsai-Wu és az Ashkenazi szilárdsági kritériumok alapján meghatározott tönkremeneteli viszonyszámok „n” statisztikai kiértékelése térbeli feszültségállapotok esetén.*

	$n_{von\ Mises}$	$n_{Tsai-Wu}$	$n_{Ashkenazi}$
Darabszám [db]	50	50	50
Átlag [-]	0,42	0,11	1,05
CoV [%]	170,2	259,3	16,1

## 7. Tézis

Az újabb kísérleteknek megfelelő, egyes elméletek statisztikailag kiértékelt tönkremeneteli viszonyszámai alapján megállapítottam, hogy a lucfenyő szilárdsági viselkedésének leírására térbeli feszültségi állapotban egyedül az Ashkenazi-féle elmélet alkalmazható.

## Fontosabb Felhasznált Irodalom

1. Ashkenazi, E.K., 1966: *Protschnost' anizotropnüh drevesnüh i sintetitscheskih materialov* [Strength of Anisotropic Wood and Synthetic Materials]. Isdaniia Lesnaya Promishlennost. Moscow, 226 o.
2. de Boer, R., 1982: *Vektor- und Tensorrechnung für Ingenieure*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 260 o.
3. Eberhardsteiner, J., 2002: *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz – Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften*. Springer-Verlag. Wien-New York, 174 o.
4. Garab, J., Reihnsner, R., Eberhardsteiner, J., 2012: Mechanical behaviour of spruce under triaxial compression, *Wood Research*, megjelenés alatt
5. Szalai, J., 1994: *A faanyag anizotrop rugalmasságtana. I. rész. A mechanikai tulajdonságok anizotrópiája*. Hillebrand nyomda. Sopron, 398 o.
6. Szalai, J., 2008: Festigkeitstheorien von anisotropen Stoffen mit sprödem Bruchverhalten, *Acta Sylvatica Lignaria Hungarica* 5:61-80
7. Tsai, S.W., Wu, E.M., 1971: A general theory of strength for anisotropic material, *Journal of Composite Materials* (5): 58-80
8. von Mises, R., 1928: Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen, *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 8 :161-185.

## A dolgozat témájához kapcsolódó publikációk

### *Szakkikkek angol nyelvű lektorált tudományos folyóiratokban*

1. Garab, J., Reihnsner, R., Eberhardsteiner, J., 2012: Mechanical behaviour of spruce under triaxial compression, *Wood Research*, megjelenés alatt
2. Garab, J., Szalai, J., 2010: Comparison of anisotropic strength criteria in the biaxial stress state, *Drewno Wood* 53 (1):51-66

### *Szakkikkek magyar nyelvű lektorált tudományos folyóiratokban*

3. Garab, J., Szalai, J., 2012: Tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságának vizsgálata térbeli feszültségállapot esetén, *Faipar*, megjelenés alatt
4. Garab, J., Polgár, R., Szalai, J., 2011: Térbeli feszültségállapotok átszámítása a faanyag anatómiai főirányainak rendszerébe, *Faipar* 59(1):12-17
5. Garab, J., Szalai, J., 2010: Tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságának vizsgálata síkbeli feszültségállapot esetén, *Faipar* 58(3-4):5-11

### *Szóbeli előadások, poszterek*

6. Garab, J., 2010: A faanyag és faalapú anyagok anizotrop tönkrementeli elméleteinek vizsgálata alkalmazhatóságuk szempontjából. *Doktoranduszi konferencia*, Sopron, Magyarország, 2010. június 4. (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)
7. Szalai, J., Garab, J., 2007: Anizotrop tönkrementeli elméletek összehasonlítása faanyagon végzett kísérletek eredményei alapján. *X. Magyar Mechanikai Konferencia*, Miskolc, Magyarország, 2007. augusztus 27. (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)

## Egyéb publikációs tevékenység

### *Szakkikkek angol nyelvű lektorált tudományos folyóiratokban*

8. Garab, J., Keunecke, D., Hering, S., Szalai, J., Niemz, P., 2010: Measurement of standard and off-axis elastic moduli and Poisson's ratios of spruce and yew wood in the transverse plane, *Wood Science and Technology* 44(3): 451-464
9. Garab, J., Tóth, Á., Szalai, J., Bejő, L., Dívós, F., 2010: Evaluating glued laminated beams using a nondestructive testing technique, *Transactions of Famena* 34(4):33-46

### *Szóbeli előadások, poszterek*

10. Karácsonyi, Zs., Garab, J., 2011: Optical systems application to determine deformations – orientation method application to determine shear modulus - *The 17th International Nondestructive Testing and Evaluation of Wood Symposium*, Sopron, Hungary (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)
11. Tolvaj, L., Kánnár, A., Barta, E., Karácsonyi, Zs., Garab, J., 2010: A légköri széndioxid koncentráció növekedésének hatása a faanyag fizikai és mechanikai tulajdonságaira. *A fa, mint a fenntartható fejlődés alapanyaga Konferencia*, 2010. Szeptember 10, Sopron (szóbeli előadás)
12. Keunecke, D., Garab, J., Hering, S., Szalai, J., Niemz, P., 2010: Elastic parameters of softwoods loaded in transverse compression at varying growth ring angles. *The 6th International Symposium Wood Structure and Properties '10*, Podbanské, Magas-Tátra, Szlovákia, Szeptember 6-9, 2010 (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)
13. Garab, J., Karácsonyi, Zs., Kánnár, A., 2010: Influence of the carbon dioxide emissions on selected mechanical properties of wood. *YSESM*, 2010. Július 7-10, Trieszt (Poszter prezentáció)
14. Kánnár, A., Karácsonyi, Zs., Garab, J., 2010: Influence of climate change on mechanical properties of wood. *The 4th Conference on Hardwood Research and Utilisation of Europe*, 2010. Május 17-18, Sopron (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)
15. Karácsonyi, Zs., Garab, J., 2010: Determination the shear modulus of European ash (*Fraxinus excelsior L.*). *The 4th Conference on Hardwood Research and Utilisation of Europe*, 2010. Május 17-18, Sopron (poszter prezentáció)

16. Garab, J., Karácsonyi, Zs., 2010: Engineering strength of European ash (*Fraxinus excelsior L.*), *The 4th Conference on Hardwood Research and Utilisation of Europe*, 2010. Május 17-18, Sopron (poszter prezentáció)
17. Divós, F., Szalai, J., Garab, J., Tóth, Á., 2009: Glued timber structures evaluation. *16. Roncsolásmentes Faanyagvizsgálati Konferencia*, 2009. Október 11-13, Peking (szóbeli előadás és konferenciakiadvány)
18. Divós, F., Szalai, J., Garab, J., Tóth, Á., 2009: Glulam beam evaluation based NDT technologies. *26th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics*, 2009. Szeptember 23-29, Leoben, Ausztria (poszter prezentáció)
19. Garab, J., Keunecke, D., Niemz, P., 2009: Einfluss der Belastungsrichtung auf die elasto-mechanischen Eigenschaften von Fichte und Eibe in der RT-Ebene. *3. Kolloquium "Aktuelle Fragen der Holzforschung"*, 14.09.2009, Zürich, Svájc (szóbeli előadás)
20. Garab, J., 2008: Examination of the suitability of anisotropy deterioration theories based on experimental data. *International Student Scientific Conference*, 2008. Május 30, Brassó, Románia (szóbeli előadás)

#### *Egyéb publikációk*

21. Garab, J., 2008: *Élőfák mechanikai vizsgálata*. Kutatási jelentés. Magyar Fa-ápolók Köre.
22. Tolvaj, L., Barta, E., Kánnár, A., Karácsonyi, Zs., Garab, J., 2011: A légköri szén-dioxid hatása a faanyag tulajdonságaira, *Magyar Asztalos és Faipar* 21(9):76-78